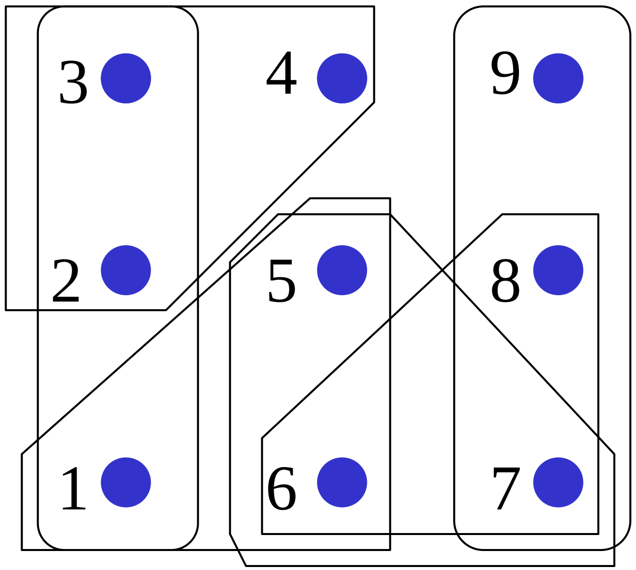
EXACT COVER BY 3-SETS 問題 （NP完全問題）

3の倍数の個数だけ元を含む有限集合 X と、
3個の元を含む X の部分集合の集まり $S = \{T1, T2, \ldots\}$ が与えられたとき、 次の条件を満たす部分集合 $S1 \subseteq S$ は存在するか？

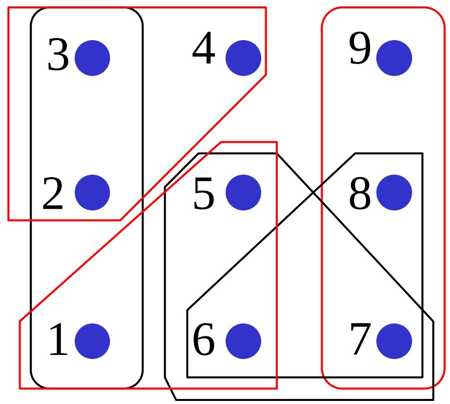
- $\cup \{T \mid T \in S1\} = X$
  X の任意の元は、$S1$ のどれか一つに含まれる
- $S1$ の元は互いに交わらない
  任意の $i \neq j$ について $Ti \cap Tj = \phi$ ）

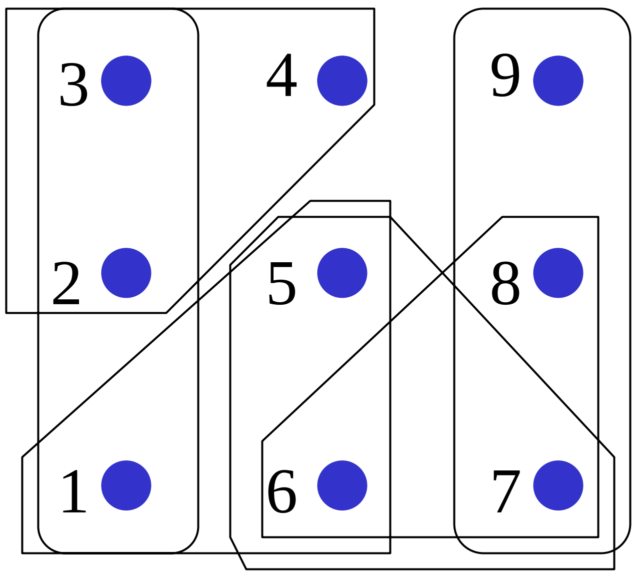
例

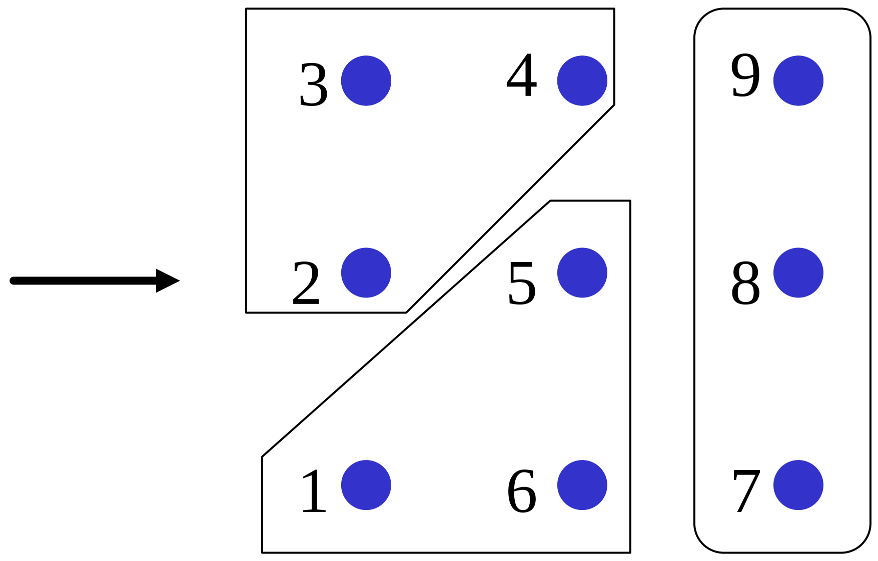
$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
$S = \{\{1,2,3\}, \{2,3,4\}, \{1,5,6\}, \{5,6,7\}, \{6,7,8\}, \{7,8,9\}\}$

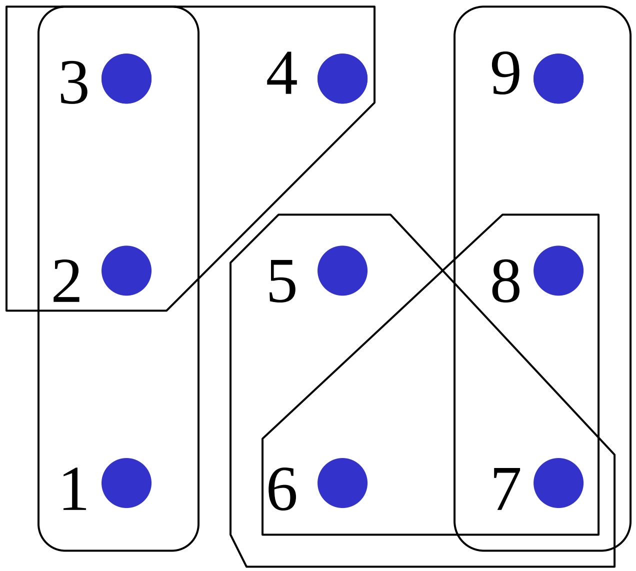


ヒント









EXACT COVER BY 3-SETS
解がない

EXACT COVER BY 3-SETS

$X,\ S = \{T1, T2, \ldots\}$

正レコード：　X の元

負レコード：　$|X|$ 個の元を生成

$Y=\{y1, y2, \ldots\}$ とおく

$t[A] = 1 \quad t \in X$　正レコード

$\quad\;\; = 0 \quad t \in Y$　負レコード

$t \in X \cup Y$ に対して

$S \cup Y$ の元はテスト属性

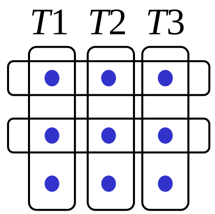
$t[Ti] \quad = 1 \qquad t \in Ti$

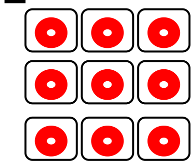
$\qquad\quad\;\; = 0 \qquad$ otherwise

$t[y] \quad = 1 \qquad t = y \;\; (y \in Y)$

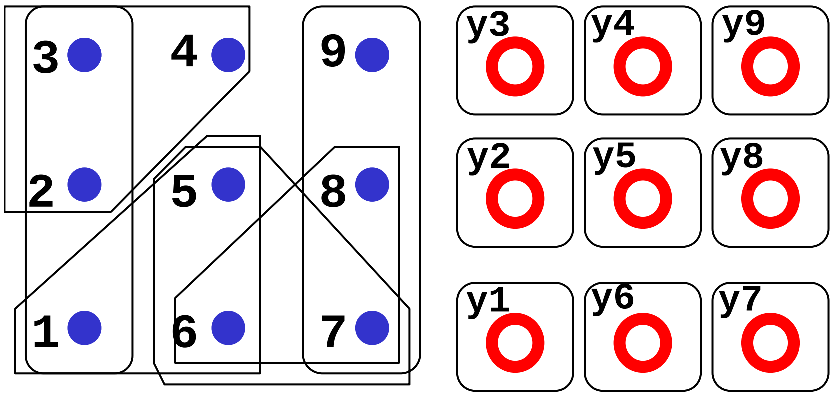
$\qquad\quad\;\; = 0 \qquad$ otherwise

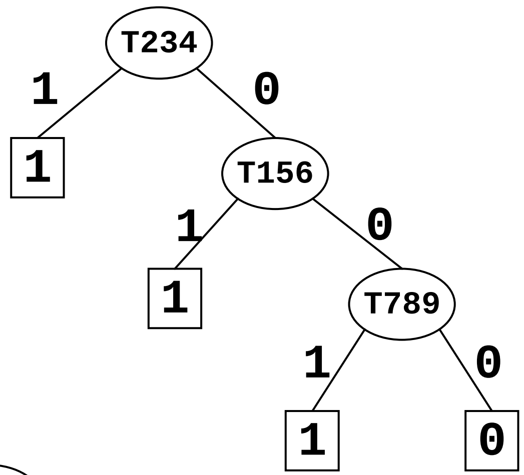
	$T1$	$T2$	$T3$ …	$y1$	$y2$	$y3$ …	目標属性 A
X	1	0	0				1
	1	0	0				1
	1	0	0				1
	0	1	0		0		1
	0	1	0				1
	0	1	0				1
	0	0	1				1
	0	0	1				1
	0	0	1				1
				:			
Y		0		1	0	0	0
				0	1	0	0
				0	0	1	0
				:			

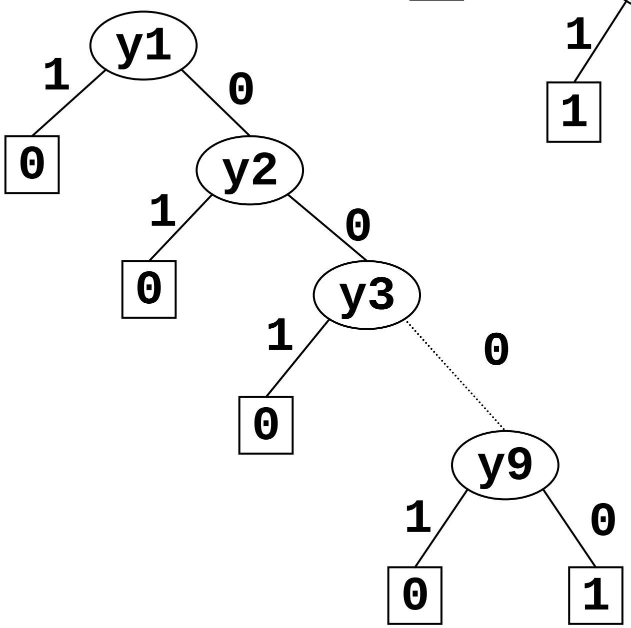




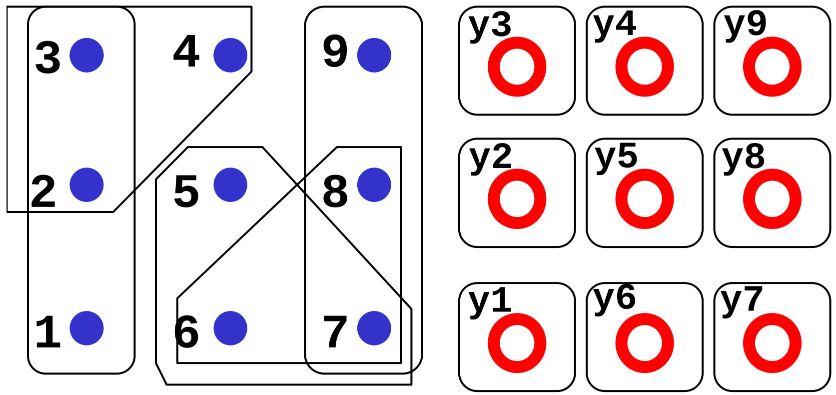
多項式時間の手間で変換可能

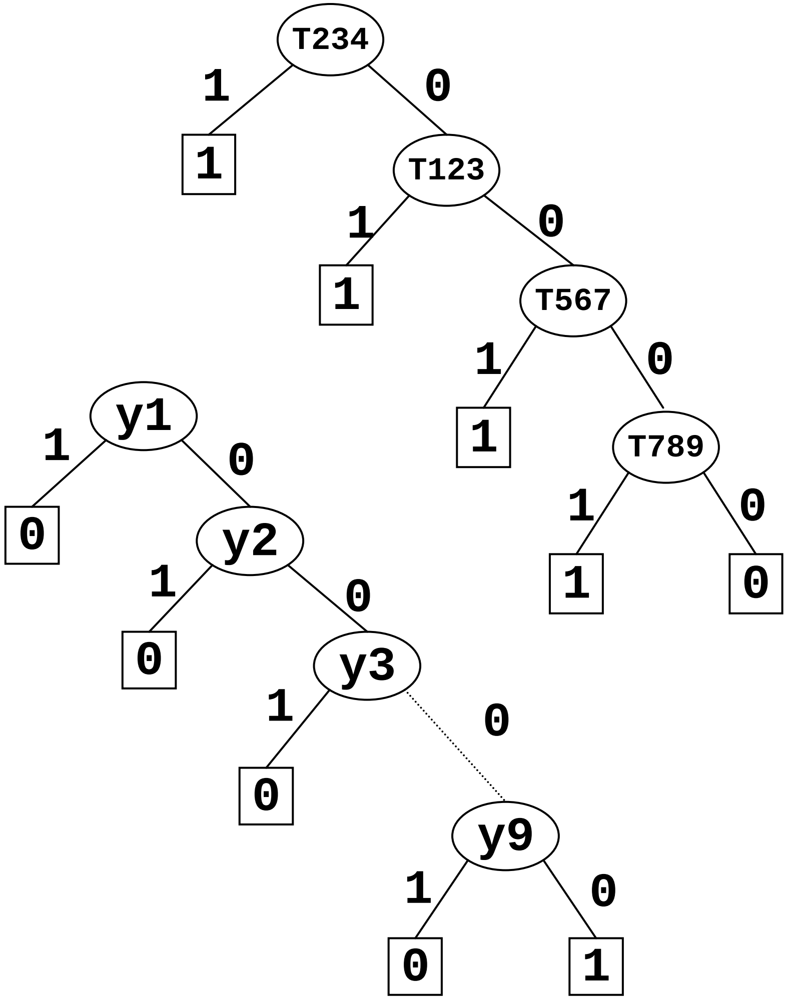






	T123	T234	T156	T567	T678	T789	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	目標属性
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
y1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
y4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
y5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
y6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
y7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
y8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
y9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0





	T123	T234	T156	T567	T678	T789	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	目標屬性
1	1	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	1	1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	1	1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	0	0		1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0		0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
y1	0	0		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y2	0	0		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y3	0	0		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
y4	0	0		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
y5	0	0		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
y6	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
y7	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
y8	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
y9	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0